

Nem tízes alapú számrendszerek  
(kiegészítő anyag)

Kitti és Ancsi egy nagy csomag cukorral bevont csokidrazsét kaptak. Igazságosan akarták szétosztani, ezért kiborították az asztalra, hogy megszámolják a szemeket. Ancsinak el kellett mennie, így Kitti egyedül látott neki a számolásnak. A következő módszert választotta:

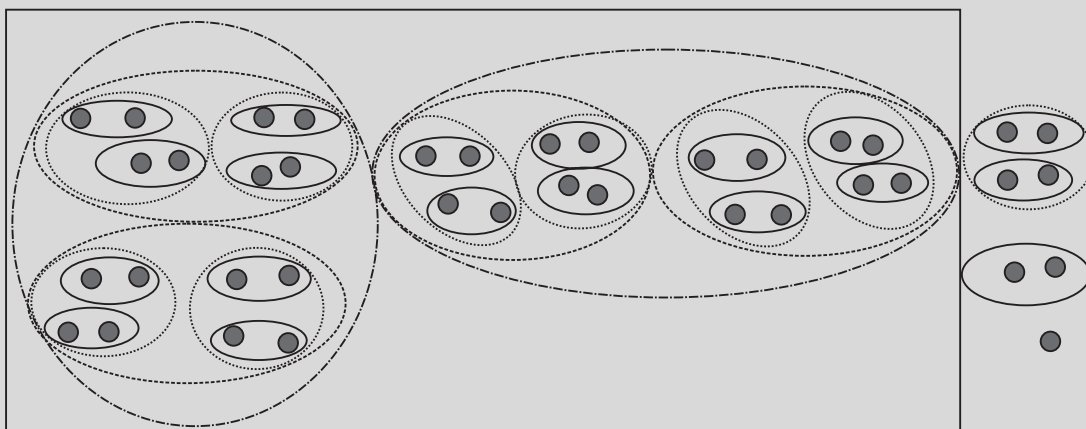
Először 2-es csoportokra osztotta őket, így 19 csoport lett, és kimaradt 1.

Majd a 2-es csoportokat is 2-esével csoportosította. 9 ilyen 4-es csoportot kapott, és kimaradt egy 2-es csoport.

Majd ezeket is 2-esével csoportosította.

Ezt addig folytatta, amíg újabb nagyobb csoportot tudott létrehozni.

A végén kapott egy 32-es csoportot, egy 4-es csoportot, egy 2-es csoportot és egy 1-est.



Ha kettesével csoportosítunk, akkor a kettes számrendszert kapjuk.

| ... | hatvannégyes | harminckettes | tizenhatos | nyolcas | négyes | kettes | egyes |
|-----|--------------|---------------|------------|---------|--------|--------|-------|
|     | 0            | 1             | 0          | 0       | 1      | 1      | 1     |

A kettes számrendszer helyiérték-táblázata:

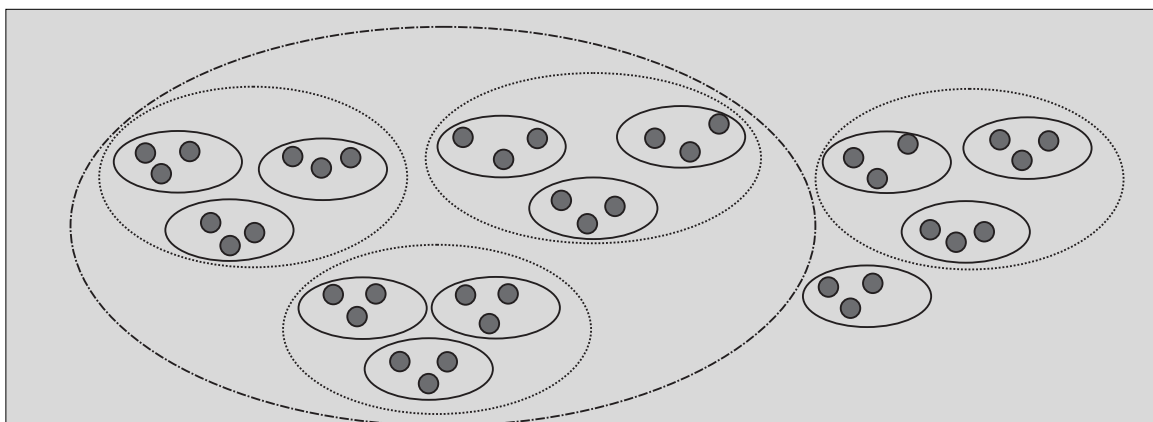
|  |    |    |    |   |   |   |   |                                      |
|--|----|----|----|---|---|---|---|--------------------------------------|
|  | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | a kettes számrendszer helyi értékei, |
|  |    | 1  | 0  | 0 | 1 | 1 | 1 | az egyes csoportokból ennyi van.     |

A darabszám felírva a kettes számrendszerbe:  $100111_{(2)}$ .

Átírva a tízes számrendszerbe:

$$100111_{(2)} = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 39_{(10)}$$

Kitti a 39 szem drazsét otthagya az asztal közepén, és elment. Ancsi is megszámolta a drazsékát, de ő 3-as csoportokba rendezte a szemeket.



3-asával csoportosítva 13 csoportot kapott, és nem maradt ki egy sem. Ezeket is tovább csoportosította 3-asával, ekkor 4 db 9-es csoportot kapott, és maradt 1 db 3-as csoport külön. Tovább folytatta a 3-as csoportosítást, kapott 1 db 27-es, 1 db 9-es és 1 db 3-as csoportot. Tovább nem tudta csoportosítani. Ezeket összeadva ezt kapta:  $27 + 9 + 3 = 39$ . Hármasával csoportosítva a hármas számrendszert kapjuk.

|     |    |    |   |   |   |                                     |
|-----|----|----|---|---|---|-------------------------------------|
| ... | 81 | 27 | 9 | 3 | 1 | a hármas számrendszer helyi értékei |
|     |    | 1  | 1 | 1 | 0 | az egyes csoportokból ennyi van     |

A darabszám felírva a hármas számrendszerbe:  $1110_3$ .

Átírva a tízes számrendszerbe:

$$1110_3 = 1 \cdot 27 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 = 39.$$

Mind a ketten másképpen csoportosítottak, de ugyanazt a számot kapták.

Mivel a 39-et nem tudták elosztani igazságosan, ezért 3 szem drasztét a barátjuknak adtak, így már pontosan el tudták végezni a felezést.

Kitti és Ancsi csoportosíthatott volna 5-ösével, 6-osával, 16-osával is, és akkor a 39-nek az ötös, hatos és tizenhatos számrendszerbeli alakját kapták volna meg. A kettes és a tizenhatos számrendszert használják a számítástechnikában. Keresd meg az interneten a tizenhatos számrendszer számjegyeinek jelölését!

**29.** Írd be a következő kettes számrendszerbeli számokat a helyiérték-táblázatba, és írd le, mennyi az értékük a tízes számrendszerben!

$101_2$ ;  $111_2$ ;  $10001_2$ ;  $10101_2$ ;  $101101_2$ ;  $100_2$ ;  $11111_2$ ;  $10_2$

| ... | hatvannégyes | harminckettes | tizenhatos | nyolcas | négyes | kettes | egyed | tízes számr. alakja |
|-----|--------------|---------------|------------|---------|--------|--------|-------|---------------------|
|     |              |               |            |         |        |        |       |                     |
|     |              |               |            |         |        |        |       |                     |
|     |              |               |            |         |        |        |       |                     |
|     |              |               |            |         |        |        |       |                     |

## TERMÉSZETES SZÁMOK

| ... | hatvannégyes | harminckettes | tizenhatos | nyolcas | négyes | kettes | egyes | tíz<br>számr.<br>alakja |
|-----|--------------|---------------|------------|---------|--------|--------|-------|-------------------------|
|     |              |               |            |         |        |        |       |                         |
|     |              |               |            |         |        |        |       |                         |
|     |              |               |            |         |        |        |       |                         |
|     |              |               |            |         |        |        |       |                         |

$101_2 = \dots\dots\dots$

$111_2 = \dots\dots\dots$

$10001_2 = \dots\dots\dots$

$10101_2 = \dots\dots\dots$

$101101_2 = \dots\dots\dots$

$100_2 = \dots\dots\dots$

$11111_2 = \dots\dots\dots$

$10_2 = \dots\dots\dots$

**30.** Írd át a következő tízes számrendszerbeli számokat kettes számrendszerbe!

| ... | hatvannégyes | harminckettes | tizenhatos | nyolcas | négyes | kettes | egyes | tíz<br>számr.<br>alakja |
|-----|--------------|---------------|------------|---------|--------|--------|-------|-------------------------|
|     |              |               |            |         |        |        |       | 59                      |
|     |              |               |            |         |        |        |       | 68                      |
|     |              |               |            |         |        |        |       | 125                     |
|     |              |               |            |         |        |        |       | 98                      |
|     |              |               |            |         |        |        |       | 111                     |

$Pl. 49_{10} = 1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 110001_2.$

$59_{10} = \dots\dots\dots$

$68_{10} = \dots\dots\dots$

$125_{10} = \dots\dots\dots$

$98_{10} = \dots\dots\dots$

$111_{10} = \dots\dots\dots$

**31.** Egészítsd ki a következő átváltásokat!

$$3042_{\text{⑤}} = 3 \cdot 125 + 0 \cdot 25 + \dots + \dots$$

| ... | százhuszonötös | huszonötös | ötös | egyes |
|-----|----------------|------------|------|-------|
|     | 3              | 0          | 4    | 2     |

$$11010111_{\text{②}} = 1 \cdot 128 + 1 \cdot 64 + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$3042_{\text{⑥}} = 3 \cdot 216 + \dots + \dots + \dots$$

| ... | kétszáztizenthatos | harminchatos | hatos | egyes |
|-----|--------------------|--------------|-------|-------|
|     | 3                  | 0            | 4     | 2     |

### A római számírás

Ma is gyakran láthatunk épületek oromzatán (évszámok), az órák számlapjain vagy évszázadok jelölésénél betűkkel jelölt számokat.

A római számírás Európában a Római Birodalom idején terjedt el, és egészen a 16. századig még több helyen számoltak is vele. Az ókori rómaiak is tízes számrendszerben írták le a számokat, de számírásuk nem helyi értékes írásmód volt, hanem az egyes számokat jelcsoportokkal adták meg.

A számok leírásához mindössze 7 számjelet (betűt) használtak:

$$I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.$$

Ezekből állították elő a számokat jelcsoportok segítségével.

a) Ha a jeleket egymás után írjuk – balról jobbra csökkenő sorrendben –, akkor az így megadott értékeket össze kell adni.

$$\text{Például: } MDXXXV = 1535 \quad (1000 + 500 + 30 + 5 = 1535)$$

$$CLXXIII = 173 \quad (100 + 50 + 20 + 3 = 173)$$

b) Hogy ne kelljen négy egyforma jelet egymás mellé írni, ha egy kisebb számértékű jel megelőzött egy nagyobbat, akkor azt nem hozzáadták, hanem kivonták belőle.

$$\text{Például: } CM = 900 \quad (1000 - 100 = 900)$$

$$IV = 4 \quad (5 - 1 = 4)$$

$$IX = 9 \quad (10 - 1 = 9)$$

$$XC = 90 \quad (100 - 10 = 90)$$

$$XL = 40 \quad (50 - 10 = 40)$$

$$CD = 400 \quad (500 - 100 = 400)$$

$$CM = 900 \quad (1000 - 100 = 900)$$

} Megengedett kivonások

c) Nagyobb számok leírásához a számok fölé húzott vízszintes vonalat használták, amely az eredeti szám ezerszeresét jelentette.

$$\text{Például: } \overline{C} = 100\,000; \overline{D} = 500\,000; \overline{IX} = 9\,000; \overline{MM} = 2\,000\,000.$$

A rómaiak számoltak is ezekkel a számokkal, de ez nagyon nehézkes volt.

**32.** Írd le római számmal azokat az éveket, amikor családtagjaid születtek?

Nagyapa: .....; Nagymama: .....; Apa: .....; Anya: .....

Testvéreim: .....

**33.** Írd le római számmal

a) István király halálának évét: .....

b) mohácsi csata évszámát: .....

c) a második világháború befejezésének évét: .....

d) muhi csata évszámát: .....

e) a Lánchíd felavatásának évét: .....

**34.** Írd le a mai dátum évszámát római számmal:

.....

**35.** Írd le római számírással a következő számokat!

13 = .....;      24 = .....;      49 = .....;      89 = .....

194 = .....;      99 = .....;      896 = .....;      1456 = .....

1848 = .....;      1867 = .....;      1946 = .....;      2569 = .....

3207 = .....;      13 000 = .....;      500 000 = .....;      3999 = .....

3 000 000 = .....

**36.** Írd le az általunk használt arab számokkal az alábbi római számokat

LII = .....;      LXV = .....;      XIV = .....

XLIV = .....;      CCXCVII = .....;      DL = .....

DXCIX = .....;      MMMCMLXIX = .....;      CCXCV = .....

**37.** Írd le római számmal

a) a 969 harmadánál hattal kisebb számot: .....

b) a 148 ötszörösénél kilencel nagyobb számot: .....

## TERMÉSZETES SZÁMOK

c) a 4976 felét: .....

d) a 687 háromszorosát: .....

**38.** Helyezz át egy egyenes pálcikát oly módon, hogy helyes legyen az egyenlőség!

XXX – XI = XXI .....

XXV + XVI = X .....

XL – XIX = LX .....

VI – IV = VII .....

VIII + II = V .....

VIII – IV = II .....

**39.** Írj értelmes magyar szavakat római számjegyekből!

Például: IMI

.....

### Halmazok, műveletek halmazokkal

Az íróasztalomon könyvek, füzetek, ceruzák, vonalzó, tollak, radírok vannak. Ezek a tárgyak mind iskolaszerek. A matematika nyelvén megfogalmazva, ezek alkotják az iskolaszerek halmazát.

A halmazokat az ábécé nagybetűivel (pl.  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ) jelöljük, és az elemeiket utána kapcsos zárójelbe tesszük.

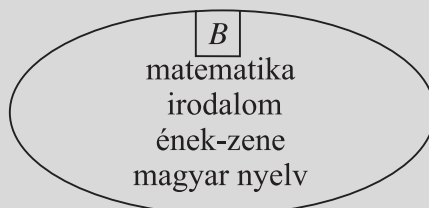
Például:

$A$ -val így jelöljük a könyvek halmazát:  $A = \{\text{Matematika; Fizika; Ének-zene; Négyjegyű függvénytáblázatok}\}$ .

$B$ -vel így jelöljük a füzetek halmazát:  $B = \{\text{matematika; irodalom; magyar nyelv; ének-zene}\}$ .

$C$  legyen a ceruzák halmaza:  $C = \{\text{fekete; piros; zöld; kék}\}$ !

A halmazok szemléletes ábrázolásához halmazkarikákat is használhatunk.



Úgy is megadhatunk egy halmazt, ha nem ismerjük minden elemét, de meg tudunk adni egy olyan tulajdonságot, amely csak a halmaz elemeire vonatkozik.

Például:

A természetes számok halmazának a jele:  $\mathbb{N}$ .

A természetes számok halmazát így adhatjuk meg:

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots\}.$$

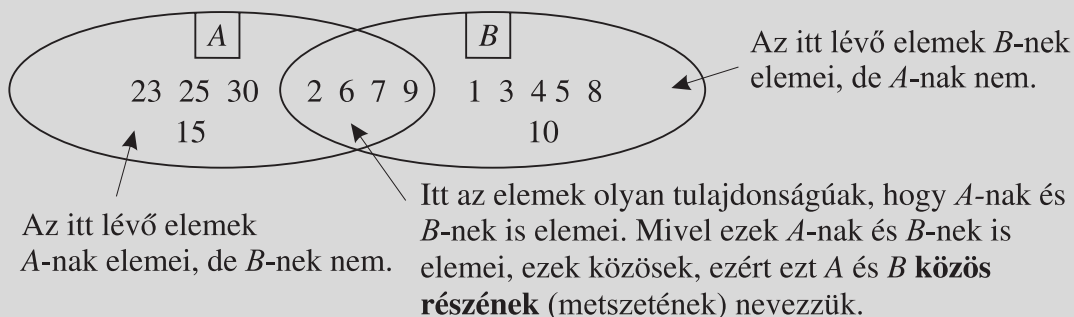
Megadhatjuk a halmazt a benne szereplő elemek tulajdonságával is.

$B = \{\text{tizenöt-nél nem nagyobb természetes számok}\}.$

Legyen a két halmaz:

$$A = \{2; 6; 7; 9; 15; 23; 25; 30\}, B = \{10\text{-nél nem nagyobb természetes számok}\}!$$

Így ábrázoljuk halmazkarikákkal:



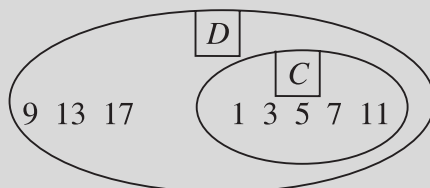
Az  $A$  és  $B$  halmazban lévő számok összességét a két halmaz **egyesítésének** nevezzük. Az  $A$  és  $B$  halmaz egyesítésében olyan elemek vannak, amelyek  $A$ -nak vagy  $B$ -nek, de lehet, hogy mind a két halmaznak az elemei.

Legyen:

$$D = \{17\text{-nél kisebb páratlan számok halmaza}\},$$

$$C = \{1; 3; 5; 7; 11\}!$$

Így ábrázoljuk halmazkarikák segítségével:



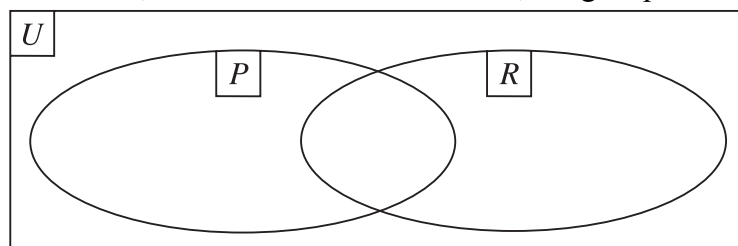
A  $C$  halmaz minden eleme a  $D$  halmaznak is eleme, ekkor azt mondjuk, hogy  $C$  **részhalmaza**  $D$ -nek.

Sokszor feltüntetjük, hogy a halmazok elemeit mely készletből vehetjük. Azt a halmazt, amely elemeiből válogatunk, **alaphalmaznak** nevezzük, és általában  $U$ -val jelöljük.

**40.** Legyen az alaphalmaz  $U = \{21\text{-nél nem nagyobb természetes számok}\},$

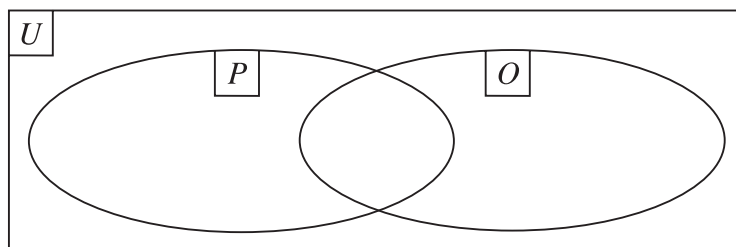
$$P = \{\text{páros számok halmaza}\}, R = \{3 \text{ többszörösei}\}!$$

Írd be a halmazábra megfelelő helyére a számokat! Azokat a számokat, amelyek nem tartoznak sem a  $P$ , sem az  $R$  halmazba, azt a  $P$  és  $R$  halmazon kívül, a téglalapba írd!



**TERMÉSZETES SZÁMOK**

**41.** Az  $U$  halmaz az alaphalmaz. Írd be a halmazábra megfelelő helyére a következő elemeket!  
 $U = \{0; 1; 2; 5; 15; 20; 28; 32; 33; 35; 50; 90\}$ ,  $O = \{5 \text{ többszöröse}\}$ ,  $P = \{2\text{-vel osztható}\}$ .



- a) Mely számok vannak a két halmaz metszetében? .....
- b) Milyen tulajdonságúak a metszet elemei? .....
- c) Hol vannak azok a számok a halmazábrában, amelyek nem oszthatók 2-vel és nem 5 többszörösei? .....
- d) Milyen tulajdonságúak a  $P$  azon elemei, amelyek nincsenek a metszetben? .....

**42.** Az alaphalmaz elemei a következő síkbeli alakzatok:

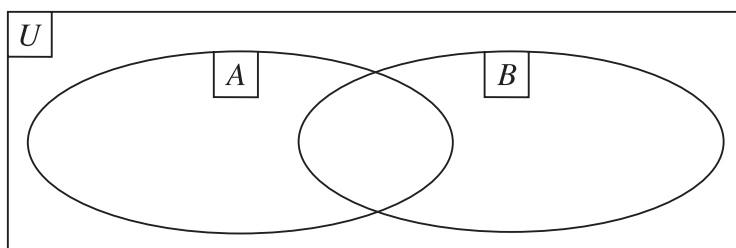


Válaszd ki azokat, amelyekre igaz a következő állítás, és írd a megfelelő helyre a sorszámukat!

- a) Csak görbe vonal határolja: .....
- b) Csak egyenes vonal határolja: .....
- c) A határoló vonalak között van görbe és egyenes vonal is: .....

Írd be a halmazábra megfelelő helyére a sorszámokat!

$A = \{\text{csak görbe vonal határolja}\}$ ,  $B = \{\text{csak egyenes vonal határolja}\}$



Melyek kerültek az  $A$  és  $B$  halmazokon kívül? .....



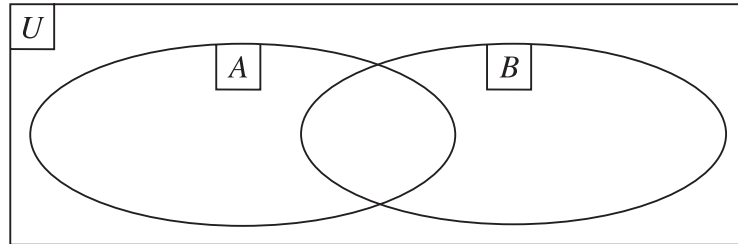
**43.** Keresd a magyar ábécé felsorolt nagybetűi között olyanokat, amelyeket besorolhatunk az  $A$  és  $B$  halmazokba!

A; B; C; D; E; F; G; H; I; J; K; L; M; N; O; P; Q; R; S; T; U; V; W; X; Y; Z

$A = \{\text{csak görbe vonal alkotja}\}$ : .....

$B = \{\text{csak egyenes vonal alkotja}\}$ : .....

Írd a betűket a halmazábra megfelelő helyére!



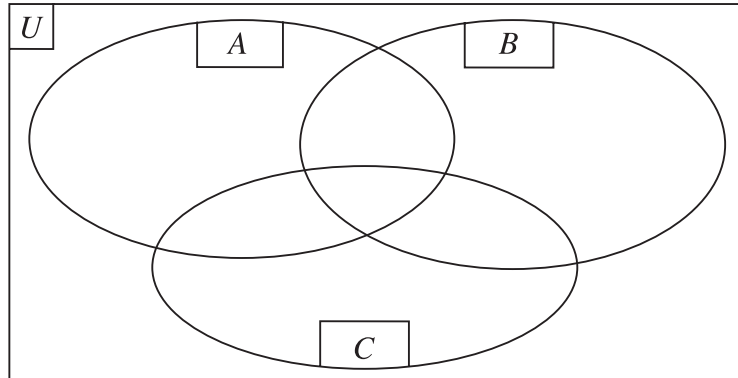
**44.** Írd be az alábbi számokat oszthatóságuk alapján a következő halmazábra megfelelő helyére!

$U = \{0; 1; 3; 4; 5; 12; 13; 15; 18; 19; 20; 50; 60\}$ ,

$A = \{\text{hárommal osztható számok}\}$ ,

$B = \{\text{négyvel osztható számok}\}$ ,

$C = \{\text{ötten osztható számok}\}$



Döntsd el, hogy a felsorolt számokra igazak-e (I) vagy hamisak (H) az alábbi állítások!

Írd melléjük az I vagy H betűt!

Minden 3-mal osztható szám osztható 5-tel.

Van olyan 5-tel osztható szám, amelyik osztható 4-gyel.

Nem minden 4-gyel osztható szám osztható 3-mal.

Van olyan szám, amelynek minden szám osztója.

Minden szám páros.

**Logikai feladatok**

**45.** Az 5. osztály szülői értekezletének kezdete előtt a folyosón öt apuka várakozott. Odaérkezésükkor kézfogással köszöntötték egymást. Mindenki mindenkivel kezet fogott. Hány kézfogás történt? Rajzolj!

Válasz: .....

**46.** Iskolánk 5.-es osztályaiból a futóverseny döntőjébe négyen jutottak: Bogi, Kitti, Robi és Tibi. A verseny eredményéről a következőket tudjuk:

- Nem volt holtverseny.
- Nem Bogi lett a negyedik.
- Kitti közvetlenül Tibi mögött végzett.
- Kitti megelőzte Robit.

Milyen sorrendben érkeztek a gyerekek a célba?

Válasz: .....

**47.** Az 5. A osztály tanulói mind a 24-en a tavaszi szünetben ellátogattak Budapestre. Libegővel felmentek a János-hegyi kilátóhoz, ahol addig még csak 16-an jártak. A Természettudományi Múzeumot is meglátogatták, mivel ott csak 9-en jártak korábban az osztályból. Volt az osztályban 4 olyan tanuló, aki addig még egyik helyen sem járt. Hányan jártak mindkét helyen?

Válasz: .....

**48.** Bence, Dóri és Dani a nyári szünetben a Velencei-tó mellett nyaraltak a nagyszüleiknél. A strandon a nagy melegben egyikük fagyit, másikuk jégkrémet és a harmadikuk jégkását kért, amit a nagyszülőktől meg is kaptak. Melyikük mit kért, ha a következőket tudjuk?

- Bence nem jégkrémet kért.
- Dóri nem jégkását és fagyit kért.
- Dani fagyit vagy jégkrémet kért, és mindegyik azt kapta, amit kért.

A megoldásban segít a következő táblázat!

|       | fagyi | jégkrém | jégkása |
|-------|-------|---------|---------|
| Bence |       |         |         |
| Dóri  |       |         |         |
| Dani  |       |         |         |

Válasz: .....

**49.** Piroska és Daniella játszottak. Piroska gondolt egy számra 0 és 9 között. Daniella legkevesebb hány kérdéssel találta ki a Piroska által gondolt számot, ha csak eldöntendő kérdéseket tehetett fel a szám kitalálásához? (Pl. Páros?) Írd le, te mit kérdeznél!

Válasz: .....

**50.** Nyáron a Balatonon a táborban összebarátkozott három fiú: Misi, Zoli és Benedek.

- Az egyik Miskolcon lakik, a másik Debrecenben és a harmadik Szegeden.
- Az egyik focizik, a másik úszik és a harmadik kézilabdázik.
- Misi és Zoli nem úszik.
- Aki Miskolcon lakik, az focizik.
- Zoli nem kézilabdázik.
- A Miskolcon lakó fiút nem Benedeknek hívják.

Melyik fiú melyik városban lakik, és milyen sportot űz?

Töltsd ki a következő táblázatot!

|         | Debrecen | Miskolc | Szeged | foci | kézilabda | úszás |
|---------|----------|---------|--------|------|-----------|-------|
| Benedek |          |         |        |      |           |       |
| Misi    |          |         |        |      |           |       |
| Zoli    |          |         |        |      |           |       |

Válasz: .....

.....

.....